

საქართველოს უნივერსიტეტი  
მეცნიერების და ტექნოლოგიების სკოლა  
მათემატიკის ინსტიტუტი

სადოქტორო კვლევითი პროექტის განაცხადი

14 თებერვალი 2024წ.

ჰარდის ტიპის უტოლობები, უოლშის, კანმაჟის და ტრიგონომეტრიული სისტემები და სხვადასხვა კლასიკური ოპერატორების შემოსაზღვრულობა ჰარდის და ლებეგის სივრცეებში

1. სადოქტორო კვლევითი თემის (პროექტის) აქტუალობა და მისი პოზიციონირება განაცხადის შევსების დროისათვის შესაბამის დარგში\*

პრობლემატიკა, რომლის განხილვასაც ვგეგმავთ სადოქტორო პროგრამების ფარგლებში, არის ცენტრალური მათემატიკურ ანალიზსა და მის გამოყენებებში. ისინი მოითხოვენ ტექნიკას, რომელიც უმეტესწილად განვითარდა უკანასკნელი ოთხი ათეული წლის განმავლობაში. დამტკიცდა განსაკუთრებით მნიშვნელოვანი თეორემები და წარმოიშვა კვლევის ახალი მიმართულებები, მაგალითად ვეივლეტების თეორია, გაბორის თეორია, დროითი სიხშირის ანალიზი, ფურიეს სწრაფი გარდაქმნა და სხვა. უნდა აღინიშნოს, რომ ეს განვითარება მნიშვნელოვანია არა მხოლოდ თვით თეორიის საჭიროებისათვის, არამედ მნიშვნელოვანია მისი გამოყენებების თვალსაზრისითაც მათემატიკის სფეროებში, ასევე გამოყენებით მეცნიერებებში, როგორებიცაა მაგალითად სიგნალების გადაცემა, მულტიპლექსირება, ფილტრაცია, გამოსახულების ამოცნობა, კოდირების თეორია, ციფრული სიგნალების კოდირება, გამოსახულების დამუშავება და სხვა.

ჰარდის ტიპის უტოლობების შესწავლას ერთსაუკუნოვანი ისტორია გააჩნია და ეს უტოლობები აქტიურად გამოიყენება ინტერპოლაციის თეორიაში, ფურიეს ანალიზისა, რიცხვითი ანალიზისა და კერძოწარმოებულის დიფერენციალური განტოლებების შესწავლისას. მიუხედავად საუკუნოვანი ისტორიისა ამ მიმართულებით კვლევები კვლავაც კვლავაც მიმდინარეობს. აქტუალურია ამ უტოლობებში განუზოგადებელი უტოლობების დადგენა.

მარტინგალური ჰარდის სივრცეების თეორიის განვითარებაზე მნიშვნელოვანი ზეგავლენა მოახდინა კლასიკურმა თეორიამ. უმეტესი განსხვავებები ამ ორ თეორიას შორის შეიძლება აიხსნას თანამედროვე ჰარმონიული ანალიზის მეშვეობით, რომელიც ანალოგიურ პრობლემებს განიხილავს ტოპოლოგიური ჯგუფის სტრუქტურის თვალთახედვიდან. ამ თვალთახედვამ ხელი შეუწყო მარტინგალური ჰარდის სივრცეების ლოკალურად კომპაქტურ აბელის ჯგუფებზე გადატანას, რაც წარმოადგენს ახალ მიმართულებას, მაგრამ ის ასევე წარმოადგენს მნიშვნელოვან მოდელს, რომელზეც შეიძლება შემოწმდეს აბსტრაქტული ჰარმონიული ანალიზის ბევრი პრობლემა. ამის გამო, ძნელია გადააფასო აღნიშნულ თეორიაში მიღებული შედეგების შედარების მნიშვნელობა შედეგებთან, რომლებიც ცნობილია კლასიკურ ჰარდის სივრცეებისათვის. რამდენიმე ათწლეულის განმავლობაში ეს თეორია სწორედ ამ გზით ვითარდებოდა და მიღებული იქნა ბევრი ახალი შედეგი, მაგრამ ასევე მოხდა გასწრებაც და მარტინგალური ჰარდის სივრცეების ზოგიერთი ახალი შედეგი, რომელიც ჯერ კიდევ გადაუჭრელი პრობლემაა კლასიკურ ჰარდის სივრცეების შემთხვევებში. ყოველივე ამის გათვალისწინებით ჩვენ კვლევისას ზოგჯერ წავალთ საპირისპირო მიმართულებითაც და შევცდებით მარტინგალური ჰარდის სივრცეებისათვის მიღებული შედეგები გადავიტანოთ ჰარდის კლასიკურ სივრცეებში, რაც უაღრესად საინტერესო მიმართულებაა რადგან ამ მიმართულებით მოღვაწეობდნენ უდიდესი მათემატიკოსები, როგორებიცაა, ფეფერმანი,

---

\* შენიშვნა: ჩემი ჰუბლიკაციები შემდეგ თავში იქნება მოყვანილი.

- [Be1] E.S. Belinskii, Strong summability of Fourier series of the periodic functions from  $H_p$  ( $0 < p < 1$ ), constr. Approx., 12 (1996), 187-195.
- [CW] R. Coifman and G. Weiss, Extensions of Hardy spaces and their use in analysis, Bull. Amer. Math. soc. 83 (1977), 569-645.
- [FS] Ch. Fefferman and E. M. Stein,  $H^p$  spaces of several variables, Acta Math. 129 (1972), 137-193.
- [GG1] U. Goginava, L. D. Gogoladze, Strong summability theorems for  $H_p(\Delta_d)$ , Acta Math. Hungar., 138 (3) (2013), 259-266.
- [GES] B. Golubov, A. Efimov and V. Skvortsov, Walsh series and transformations, Dordrecht, Boston, London, 1991. Kluwer Acad. publ, 1991.
- [H1] G.H. Hardy. Notes on some points in the integral calculus, LX. Messenger of Math., 54:150-156, 1925.
- [H2] G.H. Hardy. Notes on some points in the integral calculus, LXIV. Further inequalities between integrals. Messenger of Math., 57:12-16, 1928.
- [H3] G.H. Hardy, J. E. Littlewood, and G. Polya. ' Inequalities. Second Edition, Cambridge University Press, 1952.
- [KW] Y. Kryakin, W. Trebels,  $q$ -moduli of continuity in  $H_p(D)$ ,  $p > 0$ , and a inequality of Hardy and Littlewood, J. Approx. Theory, 115, 238-259, (2002).
- [La] R. H. Later, A characterization of  $H_p(R_n)$  in terms of atoms, Studia Math., 62 (1978) 92-101.
- [Os] P. Oswald, On some approximation properties of real Hardy spaces ( $0 < p \leq 1$ ), J. approx. theory, 40, 45-65 (1984).
- [PTW3] L. E. Persson, G. Tephnadze, P. Wall, On the maximal operators of Vilenkin-Nörlund means, J. Fourier Anal. Appl., 21, 1 (2015), 76-94.
- [PTWbook] L. E. Persson, G. Tephnadze and F. Weisz, Martingale Hardy Spaces and Summability of one-dimensional Vilenkin-Fourier Series, Birkhäuser/Springer, 2022.
- [PST] L.-E. Persson, N. Samko and G. Tephnadze, Sharpness of some Hardy-type inequalities, J. Inequal. Appl., (2023), paper no. 155, 16 pp.
- [KMP] V. Kokilashvili, A. Meskhi, and L.-E Persson. Weighted Norm Inequalities for Integral Transforms with Product Weights. Nova Scientific Publishers, Inc., New York, 2010.
- [KPS] A. Kufner, L.-E. Persson, and N. Samko. Weighted Inequalities of Hardy Type. World Scientific, Second Edition, New Jersey-London-etc., 2017.
- [NP] C.P. Niculescu and L.-E. Persson. Convex Functions and Their Applications. A Contemporary Approach, Second Edition, CMS Books in Mathematics. Springer, 2018.
- [SWSP] F. Schipp, W. R. Wade, P. Simon, J. Pál, Walsh Series, An Introduction to Dyadic Harmonic Analysis. Adam Hilger, Bristol, New York, 1990.
- [Sim1] P. Simon, Strong convergence of certain means with respect to the Walsh-Fourier series, Acta Math. Hungar. 49 (1987), no. 3-4, 425-431.
- [Sm2] B. Smith, A strong convergence theorem for  $H_1(T)$  Lecture Notes in Math.995, Springer, Berlin, 1994, 169-173.
- [Tor1] A. Torchinsky Real-Variable Methods in Harmonic Analysis, Dover Books on Mathematics, 2008.
- [We] N. J. Weiss, Multipliers on Compact Lie Groups, Weiss Proc. Nat. Acad. Sci. USA, Vol. 68, No. 5, pp. 930-931.

- [We1] F. Weisz, Martingale Hardy Spaces and their Applications in Fourier Analysis, Springer, Berlin - Heidelberg - New York, 1994.
- [We2] F. Weisz, Summability of multi-dimensional Fourier series and Hardy space, Math. Appl., Kluwer Academic, Dordrecht, 2002.
- [We3] F. Weisz, Strong convergence theorems for two-parameter Walsh-Fourier and trigonometric-Fourier series. (English) Stud. Math. 117, No.2, (1996), 173-194.
- [Wil] J. M. Wilson, A simple proof of the atomic decomposition for  $H_p(R_n)$   $0 < p \leq 1$ , Studia Math., 74 (1982) 25-33.
- [Zy] A. Zygmund, Trigonometric Series, Vol. 1, Cambridge Univ. Press, 1959.

## 2. სადოქტორო კვლევითი თემის (პროექტის) მიზანი\*

საკვლევი თემები წარმოადგენს ორი შვედური (№ 24155/2016, №10374\_2015) და სამი ქართული (№ YS15\_2.1.1\_47, № FR-19-676, № FR-21-2844) პროექტის ბუნებრივ გაგრძელებას, რომლებიც დაფინანსდა შვედეთის ინსტიტუტისა და შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდის მიერ. მიუხედავად იმისა, რომ ბევრ პრობლემას გაეცა პასუხი, ჯერ კიდევ დარჩენილია უამრავი მნიშვნელოვანი პრობლემა და წარმოიშვა სხვა ახალი კითხვებიც. სწორედ ამიტომ დოქტორანტებს შესაძლებლობა აქვთ გააგრძელონ წარმატებული კვლევა და განიხილონ ანალოგიური პრობლემატიკა როგორც კლასიკურ ჰარდის სივრცეებში ასევე მარტინგალურ ჰარდის სივრცეებში. დაგეგმილი კვლევები არ წარმოადგენს ძველი კვლევების ტრივიალურ განზოგადებას და ზოგიერთ შემთხვევაში მოითხოვს მარტინგალური ჰარდის სივრცეების მეთოდებისგან აბსოლუტურად განსხვავებულ კომპლექსური ანალიზის აპარატის გამოყენებას.

აღნიშნული თემატიკის აქტუალურობიდან გამომდინარე შესაძლებელი იქნება სამეცნიერო გრანტების მოპოვება, რომლებიც ფინანსდება როგორც ქართული, ისე უცხოური სამეცნიერო ფონდების მიერ. ასევე შესაძლებელი იქნება ათობით სამეცნიერო პუბლიკაციის შესრულება, რომლებიც გამოქვეყნდება სხვადასხვა რეფერირებად და იმფაქტ-ფაქტორის მქონე ჟურნალებში. აღნიშნული კვლევები დოქტორანტებს თანამშრომლობის შესაძლებლობას მისცემს უნგრელ, შვედ, ნოვეგიელ, გერმანელ და სხვადასხვა ქვეყნის წარმატებულ მეცნიერებთან, რაც მათ დაეხმარებათ საერთაშორისო სამეცნიერო კონტაქტების დამყარებაში.

არსებობს მჭიდრო კავშირი ყველა ზემოთ ჩამოთვლილ თემებს შორის. აღნიშნული პრობლემების გადასაჭრელად ფართოდ იქნება გამოყენებული ნამდვილი და კომპლექსური, ასევე აბსტრაქტული და არაწრფივი ჰარმონიული ანალიზის მეთოდები, ოპერატორების თეორია და ლოკალურად კომპაქტური აბელის ჯგუფების თეორიები. გადასაჭრელი პრობლემის სიმრავლის გამო შესაძლებელი იქნება 3-4 სადოქტორო ნაშრომის დაცვა ამ დარგებში (არაერთდროულად), რომლებიც გამოიყენებენ მკვეთრად განსხვავებულ კვლევის აპარატს, როგორც მარტინგალების თეორიდან ისე კომპლექსური ანალიზიდან. აქ ჩვენ დაწვრილებით ჩამოვთვლით იმ ამოცანებს რომლებზე მუშაობაც აქტიურად მიმდინარეობს მიმდინარე (no.FR-19-676) გრანტის ფარგლებში და ყველა ამოცანის განხილვის შემთხვევაში შესაძლებელი იქნება 10-მდე პუბლიკაციის შესრულება:

a) მარტინგალური და კლასიკური ჰარდის სივრცეებში ფუნქციათა უწყვეტობის მოდულებისთვის ვიპოვოთ ისეთი აუცილებელი და საკმარისი პირობები, რომლებიც უზრუნველყოფენ  $n$ -განზომილებიანი უოლშის და ტრიგონომეტრიული სისტემების მიმართ კერძო ჯამების ამავე სივრცეების ნორმით შემოსაზღვრულობას.

b) დავამტკიცოთ  $n$ -განზომილებიანი უოლშის და ტრიგონომეტრიული სისტემების მიმართ კერძო ჯამების შემოსაზღვრულობის თეორემები შესაბამისად კლასიკური და მარტინგალური ჰარდის სივრცეების შემთხვევაში, როცა იმ შემთხვევაში, როცა კერძო ჯამების იდექსებზე გვაქვს შეზღუდვები.

c) დავამტკიცოთ  $n$ -განზომილებიანი უოლშის და ტრიგონომეტრიული სისტემების მიმართ დიაგონალური კერძო ჯამების შემოსაზღვრულობის თეორემები შესაბამისად კლასიკური და მარტინგალური ჰარდის სივრცეების შემთხვევაში, როცა

d) დავამტკიცოთ  $n$ -განზომილებიანი უოლშის და ტრიგონომეტრიული სისტემების მიმართ კერძო ჯამების შემოსაზღვრულობის თეორემები შესაბამისად კლასიკური და მარტინგალური ჰარდის სივრცეების შემთხვევაში, როცა იმ შემთხვევაში, როცა კერძო ჯამების იდექსებზე არავითარი შეზღუდვა არ გვაქვს.

e) აქვე შევნიშნავთ იმას, რომ იგივე ტიპის ამოცანები ასევე შესაძლებელია განვიხილოთ სხვადასხვა კლასიკური შეჯამებადობებისთვის, როგორცაა ფიეერის, ჩეზაროს, რისის და ნორლუნდის ლოგარითმული საშუალოები, ასევე უფრო ზოგადი ნორლუნდის და T საშუალოები.

f) ჰარდის ტიპის უტოლობებში განუზოგადებელი კონსტანტების დადგენა.

### 3. სადოქტორო კვლევითი თემის (პროექტის) ხელმძღვანელ(ებ)ი/ თანახელმძღვანელ(ებ)ი\*

#### ხელმძღვანელი-გიორგი ტეფნაძე,

ამ მიმართულებით გამოქვეყნებული მაქვს ერთი წიგნი, რომელიც Springer-ში დაიბეჭდება და ასევე ორი მონოგრაფია:

G. Tephnadze, Martingale Hardy Spaces and Summability of the One Dimensional Vilenkin-Fourier Series, Ph.D. thesis, Department of Engineering Sciences and Mathematics, Luleå University of Technology, Oct. 2015 (ISSN 1402-1544).

G. Tephnadze, The one-dimensional martingale Hardy spaces and partial sums and Fejér means with respect to Walsh system, Mem. Differ. Equ. Math. Phys., 88, (2023) 109–158.

L. E. Persson, G. Tephnadze and F. Weisz, Martingale Hardy Spaces and Summability of one-dimensional Vilenkin-Fourier Series, Birkhäuser/Springer, 2022.

ასევე შესრულებულია 60-ზე მეტი პუბლიკაცია. მათგან გამოვყოფ მხოლოდ იმ პუბლიკაციებს, რომლებიც ამ დარგებთანაა დაკავშირებული:

N. Areshidze and G. Tephnadze, Approximation by Nörlund means with respect to Walsh system in Lebesgue spaces, Math. Inequal. Appl., 27, no. 1, (2024), 137–147.

D. Baramidze, I. Blahota, G. Tephnadze and R. Toledo, Martingale Hardy spaces and some new weighted maximal operator of Fejér means of Walsh-Fourier series, J. Geom. Anal., 34, paper no. 3, (2024), 17 pp.

D. Baramidze and G. Tephnadze, Some new weak- $(H_p-L_p)$  type inequalities for weighted maximal operators of Fejér means of Walsh-Fourier series, Acta Math. Hungar., 171, no. 2, (2023), 267–283.

L.-E. Persson, N. Samko and G. Tephnadze, Sharpness of some Hardy-type inequalities, J. Inequal. Appl., (2023), paper no. 155, 16 pp.

D. Baramidze, L. Baramidze, L.-E. Persson and G. Tephnadze, Some new restricted maximal operators of Fejér means of Walsh-Fourier series, Banach J. Math. Anal., 75, 17, no. 4 (2023), 20 pp.

D. Baramidze, L.-E. Persson, H. Singh and G. Tephnadze, Some new weak  $(H_p-L_p)$  type inequality for weighted maximal operators of partial sums of Walsh-Fourier series, Mediterr. J. Math., 20 (2023), no. 5, paper no. 28, 13 pp.

D. Baramidze, L.-E. Persson and G. Tephnadze, Some new  $(H_p-L_p)$  type inequalities for weighted maximal operators of partial sums of Walsh-Fourier series, Positivity, 27 (2023), no 3, paper no. 38, 14 pp.

N. Nadirashvili, G. Tephnadze and G. Tutberidze, Almost everywhere and norm convergence of approximate identity and Fejér means of trigonometric and Vilenkin systems, Trans. A. Razmadze Math. Inst., 177, 3 (2023), 453–463.

D. Baramidze, L.-E. Persson, K. Tangrand and G. Tephnadze,  $(H_p-L_p)$  type inequalities for subsequences of Nörlund means of Walsh-Fourier series, J. Inequal. Appl., (2023), paper no. 52, 13 pp.

D. Baramidze, N. Nadirashvili, L.-E. Persson and G. Tephnadze, Some weak-type inequalities and almost everywhere convergence of Vilenkin-Nörlund means, *J. Inequal. Appl.*, (2023), paper no. 66, 17 pp.

N. Nadirashvili, L.-E. Persson, G. Tephnadze, F. Weisz, Vilenkin-Lebesgue points and almost everywhere convergence of Vilenkin-Fejér means and applications, *Mediterr. J. Math.*, (2022), no. 5, paper no. 239, 16 pp.

L.-E. Persson, F. Schipp, G. Tephnadze and F. Weisz, An analogy of the Carleson-Hunt theorem with respect to Vilenkin systems, *J. Fourier Anal. Appl.*, 28, 48 (2022), 1-29.

D. Baramidze, L.-E. Persson, H. Singh, G. Tephnadze, Some new results and inequalities for subsequences of Nörlund logarithmic means of Walsh-Fourier series, *J. Inequal. Appl.*, (2022), paper no. 30, 13 pp.

N. Gogolashvili, G. Tephnadze, Maximal operators of  $\mathcal{T}$  means with respect to Walsh-Kaczmarz system, *Math. Inequal. Appl.*, 24, 3 (2021) 737–750.

N. Gogolashvili, G. Tephnadze, On the maximal operators of  $\mathcal{T}$  means with respect to Walsh-Kaczmarz system, *Stud. Sci. Math. Hung.*, 2021, 58 (1), 119–135.

L. E. Persson, G. Tephnadze, G. Tutberidze, P. Wall, Some new results on the strong convergence of Fejér means with respect to Vilenkin systems, *Ukr. Math. J.*, 73, (2021) 635–648.

N. Gogolashvili, K. Nagy, G. Tephnadze, Strong convergence theorem for Walsh-Kaczmarz-Fejér means, *Mediterr. J. Math.*, 18(2021), no. 2, Paper No. 37, 17 pp.

G. Tephnadze, A note on strong summability of two-dimensional Walsh-Fourier series, *Georgian Math. J.*, 2021, 28 (3), 477–482.

D. Lukkassen, L. E. Persson, G. Tephnadze, G. Tutberidze, Some inequalities related to strong convergence of Riesz logarithmic means of Vilenkin-Fourier series, *J. Inequal. Appl.*, (2020), paper no. 79, 17 pp.

G. Tephnadze, G. Tutberidze, A note on the maximal operators of the Nörlund logarithmic means of Vilenkin-Fourier series, *Trans. A. Razmadze Math. Inst.*, 174, 1 (2020), 107–112.

L. E. Persson, G. Tephnadze, G. Tutberidze, On the boundedness of subsequences of Vilenkin-Fejér means on the martingale Hardy spaces, operators and matrices, 14, 1 (2020), 283–294.

I. Blahota, K. Nagy, G. Tephnadze, Approximation by Marcinkiewicz  $\Theta$ -means of double Walsh-Fourier series, *Math. Inequal. Appl.*, 22, 3 (2019) 837-853.

G. Tephnadze, Convergence and Strong Summability of the two-dimensional Vilenkin-Fourier Series, *Nonlinear Stud.*, 26, 4, (2019) 973-989.

I. Blahota, K. Nagy, L. E. Persson, G. Tephnadze, A sharp boundedness result concerning maximal operators of Vilenkin-Fourier series on martingale Hardy spaces, *Georgian Math. J.*, 26, 3 (2019), 351–360.

G. Tephnadze, On the convergence of partial sums with respect to Vilenkin system on the martingale Hardy spaces, *J. Contemp. Math. Anal.*, 53, 5, (2018) 294–306.

L. E. Persson, G. Tephnadze, P. Wall, On the Nörlund logarithmic means with respect to Vilenkin system in the martingale Hardy space  $H_{p,1}$ , *Acta Math. Hung.*, 154, 2 (2018) 289-301.

L. E. Persson, G. Tephnadze, P. Wall, On an approximation of 2-dimensional Walsh-Fourier series in the martingale Hardy spaces, *Ann. Funct. Anal.*, 9, 1 (2018), 137-150.

I. Blahota, L. E. Persson, G. Tephnadze, Two-sided estimates of the Lebesgue constants with respect to Vilenkin systems and applications, *Glasg. Math. J.*, 60, 1 (2018) 17–34.

T. Buchukuri, R. Duduchava, G. Tephnadze, Laplace-Beltrami equation on hypersurfaces and  $\Gamma$ -convergence, *Math. Meth. App. Sci.*, 40, 13 (2017) 4637-4657.Fg

L. Baramidze, L. E. Persson, G. Tephnadze and P. Wall, Sharp  $H_p-L_p$  type inequalities of weighted maximal operators of Vilenkin-Nörlund means and its applications, *J. Inequal. Appl.*, (2016), paper no. 242, 20 pp.

T. Buchukuri, R. Duduchava, G. Tephnadze, Laplace-Beltrami equation on hypersurfaces and  $\Gamma$ -convergence, *Trans. A. Razmadze Math. Inst.*, 170, 3 (2016) 300–307.

N. Memić, L. E. Persson, G. Tephnadze, A note on the maximal operators of Vilenkin-Nörlund means with non-increasing coefficients, *Stud. Sci. Math. Hung.*, 53, 4, (2016) 545-556.

I. Blahota, G. Tephnadze, A note on maximal operators of Vilenkin-Nörlund means, *Acta Math. Acad. Paed. Nyíreg.*, 32 (2016), 203–213.

- L. E. Persson, G. Tepnadze, A sharp boundedness result concerning some maximal operators of Vilenkin-Fejér means, *Mediterr. J. Math.*, 13, 4 (2016) 1841-1853.
- N. Memić, I. Simon, G. Tepnadze, Strong convergence of two-dimensional Vilenkin-Fourier series, *Math. Nachr.*, 289, 4 (2016) 485-500.
- K. Nagy, G. Tepnadze, The Walsh-Kaczmarz-Marcinkiewicz means and Hardy spaces, *Acta Math. Hung.*, 149, 2 (2016), 346-374.
- K. Nagy, G. Tepnadze, Strong convergence theorem for Walsh-Marcinkiewicz means, *Math. Inequal. Appl.*, 19, 1 (2016), 185-195.
- G. Tepnadze, On the convergence of Fejér means of Walsh-Fourier series in the space  $H_p$ , *J. Contemp. Math. Anal.*, 51, 2 (2016), 90-102.
- I. Blahota, G. Tepnadze, R. Toledo, Strong convergence theorem of  $(C, \alpha)$ -means with respect to the Walsh system, *Tohoku Math. J.*, 67, 4 (2015), 573-584.
- I. Blahota, L.E. Persson, G. Tepnadze, On the Nörlund means of Vilenkin-Fourier series, *Czech. Math J.*, 65, 4 (2015), 983-1002.
- G. Tepnadze, On the maximal operators of Walsh-Kaczmarz-Nörlund means, *Acta Math. Acad. Paed. Nyíreg.*, 31 (2015), 259-271.
- G. Tepnadze, On the partial sums of Walsh-Fourier series, *Colloq. Math.*, 141, 2 (2015), 227-242.
- L. E. Persson, G. Tepnadze, P. Wall, Some new  $(H_{p,L})$  type inequalities of maximal operators of Vilenkin-Nörlund means with non-decreasing coefficients, *J. Math. Inequal.*, 9, 4 (2015), 1055-1069.
- L. E. Persson, G. Tepnadze, P. Wall, On the maximal operators of Vilenkin-Nörlund means, *J. Fourier Anal. Appl.*, 21, 1 (2015), 76-94.
- R. Duduchava, E. Shargorodsky, G. Tepnadze, Extension of the unit normal vector field from a hypersurface, *Georgian Math. J.*, 22, 3 (2015), 355-359.
- A. Gogatishvili, U. Goginava, G. Tepnadze, Relations between  $\alpha$  and  $\beta$  classes of functions, *Polish Academy of Sciences, Institute of Mathematics. Banach Center Publications*, 102, (2014), 89-98.
- I. Blahota, G. Tepnadze, On the  $(C, \alpha)$ -means with respect to the Walsh system, *Anal. Math.*, 40 (2014), 161-174.
- I. Blahota, G. Tepnadze, Strong convergence theorem for Vilenkin-Fejér means, *Publ. Math. Debrecen*, 85 (1-2) (2014), 181-196.
- K. Nagy, G. Tepnadze, On the Walsh-Marcinkiewicz means on the Hardy space, *Cent. Eur. J. Math.*, 12, 8 (2014), 1214-1228.
- K. Nagy, G. Tepnadze, Approximation by Walsh-Marcinkiewicz means on the Hardy space, *Kyoto J. Math.*, 54, 3 (2014), 641-652.
- G. Tepnadze, A note on the norm convergence by Vilenkin-Fejér means, *Georgian Math. J.*, 21, 4 (2014), 511-517.
- G. Tepnadze, Approximation by Walsh-Kaczmarz-Fejér means on the Hardy space, *Acta Math. Sci.*, 34, 5 (2014), 1593-1602.
- G. Tepnadze, On the maximal operators of Reisz logarithmic means of Vilenkin-Fourier series, *Stud. Sci. Math. Hung.*, 51, 1 (2014), 105-120.
- G. Tepnadze, Strong convergence theorems of Walsh-Fejér means, *Acta Math. Hung.*, 142, 1 (2014), 244-259.
- G. Tepnadze, On the partial sums of Vilenkin-Fourier series, *J. Contemp. Math. Anal.*, 49, 1 (2014), 23-32.
- L. E. Persson, G. Tepnadze, A note on Vilenkin-Fejér means on the Martingale Hardy spaces *Bulletin of TICMI*, 18, 1 (2014), 55-64.
- K. Nagy, G. Tepnadze, Approximation by Walsh-Kaczmarz-Marcinkiewicz means on the Hardy space  $H_{2/3}$ , *Bulletin of TICMI*, 18, 1 (2014), 110-121.
- G. Tepnadze, A note on the strong convergence of two-dimensional Walsh-Fourier series, *Transactions of A. Razmadze Math. Inst.*, 162 (2013), 93-97.
- G. Tepnadze, On the maximal operators of Walsh-Kaczmarz-Fejér means, *Period. Math. Hung.*, 67, 1 (2013), 33-45.

- G. Tephnadze, On the Vilenkin-Fourier coefficients, *Georgian Math. J.*, 20, 1 (2013), 169–177.
- G. Tephnadze, Strong convergence of two-dimensional Walsh-Fourier series, *Ukr. Math. J.*, 65, 6 (2013), 914–927.
- G. Tephnadze, On The maximal operators of Vilenkin-Fejér means on Hardy spaces, *Math. Inequal. Appl.*, 16, 2 (2013), 301–312.
- G. Tephnadze, On the maximal operators of Vilenkin-Fejér means, *Turk. J. Math.*, 37, (2013), 308–318.
- G. Tephnadze, Fejér means of Vilenkin-Fourier series, *Stud. Sci. Math. Hung.*, 49, 1 (2012) 79–90.
- G. Tephnadze, The maximal operators of logarithmic means of one-dimensional Vilenkin-Fourier series, *Acta Math. Acad. Paed. Nyíreg.*, 27 (2011), 245–256.

მსგავსი მიმართულებით მოპოვებული მაქვს 10-ზე მეტი გრანტი. მათგან გამოვყოფ გრანტებს:

- 2022-2025 შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი-პროექტის კოორდინატორი, ახალგაზრდა მკვლევარი, მოძრავი მანიფოლდები (FR-21-2844)
- 2020-2023 შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი-გრანტის ხელმძღვანელი, “ფუნქციათა სივრცეები და კლასიკური ინტეგრალური ოპერატორები ლოკალურად კომპაქტურ აბელის ჯგუფებზე” (FR-19-676)
- 2019-2021 ჰუმბოლტის ფონდი-მკვლევარი, “Long-time dynamics of elliptic and parabolic systems involving anomalous diffusion and irreversibility” (HF-19-523)
- 2019-2022 შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი-მკვლევარი, “უოლშ-ფურიეს მწკრივების კრებადობა და შეჯამებადობა მარტინგალურ ჰარდის სივრცეებზე” (№YS-18-043)
- 2017-2018 სასწავლო წელი Swedish Institute, მკვლევარი “Convergence and Summability of the Two-Dimensional Walsh-Fourier Series on martingale Hardy Spaces” (№ 24155/2016) (პოსტდოქტორანტურის და ახალგაზრდა მკვლევართათვის გრანტების კონკურსი)
- 2016-2017 სასწავლო წელი, Swedish Institute, მკვლევარი “A new development concerning d-dimensional Walsh-Fourier series on the martingale Hardy spaces” (პოსტდოქტორანტურის მკვლევართათვის გრანტების კონკურსი, 10374\_2015).
- 2015-2017 შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი მკვლევარი „ერთ და ორგანზომილებიანი ვილინკინ-ფურიეს მწკრივების კრებადობა და შეჯამებადობა მარტინგალურ ჰარდის სივრცეებზე“ YS15\_2.1.1\_47.
- 2015-2016 შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი-მკვლევარი დოქტორანტურის საგანმანათლებლო პროგრამების გრანტი, „ერთ და ორგანზომილებიან ერთ პარამეტრიან ჰარდის სივრცეებზე კერძო ჯამებისა და მარცინკევიჩ-ფეიერის საშუალოების შესახებ“ DO/24/5-100/14.
- 2014-2016 შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი - მკვლევარი “ფუნქციათა სივრცეები, წონიანი უტოლობები ინტეგრალური ოპერატორებისათვის და ფურიეს მწკრივების შეჯამებადობის პრობლემები”, DI/9/5-100/13.
- 2014-2016 Swedish Institute მკვლევარი “Bounded operators on the martingale Hardy spaces” (დოქტორანტურის საგანმანათლებლო პროგრამების გრანტი 00317/2014.)
- 2014 შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი მკვლევარი პრეზიდენტის გრანტი ახალგაზრდა მკვლევარებისთვის “შემოსაზღვრული ოპერატორები მარტინგალურ ჰარდის სივრცეებზე”, № 52/54.
- 2012-2014 შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი - მკვლევარი "ფუნქციათა სივრცეების გეომეტრია, ინტერპოლაცია და ჩართვის თეორემები", D1/7/5-100/11.

## თანახელმძღვანელი-გიორგი თუთბერიძე,

ამ მიმართულებით დასაბუთდაა მიღებული ან უკვე დაიბეჭდა 12 პუბლიკაცია:

D. Baramidze, Z. Dvalashvili and G. Tutberidze, Convergence of Nörlund means with respect to Vilenkin systems of integrable functions, *Memoirs Diff. Equat. Math. Phys.* (to appear).

G. Tutberidze and V. Tsagaraeishvili, Some problems of convergence of general Fourier series, *J. Contemp. Math. Anal.* 57, (6), (2022) 3-13.

G. Tutberidze, Sharp  $(H_p, L_p)$  type inequalities of maximal operators of  $\$T\$$  means with respect to Vilenkin systems with monotone coefficients, *Mediterr. J. Math.*, 19, no.2, (2022), paper no. 81, 23 pp.

G. Tutberidze and V. Tsagaraeishvili, Absolute convergence factors of Lipschitz class functions for general Fourier series, *Geo. Math. J.*, 29, (2), (2022), 309–315.

G. Tutberidze, Modulus of continuity and boundedness of subsequences of Vilenkin-Fejér means in the martingale Hardy spaces, *Geo. Math. J.*, 29(1), (2022), 153–162.

L. E. Persson, G. Tephnadze, G. Tutberidze, P. Wall, Strong summability result of Vilenkin-Fejér means on bounded Vilenkin groups, *Ukr. Math. J.*, 73 (4), (2021), 544-555.

G. Tutberidze, Maximal operators of  $\$T\$$  means with respect to the Vilenkin system, *Nonlinear Studies*, 27, 4, (2020), 1–11.

D. Lukkassen, L.E. Persson, G. Tephnadze, G. Tutberidze, Some inequalities related to strong convergence of Riesz logarithmic means of Vilenkin-Fourier series, *J. Inequal. Appl.*, 19, 81, no.2, 2022, 20 pp.

G. Tephnadze, G. Tutberidze, A note on the maximal operators of the Nörlund logarithmic means of Vilenkin-Fourier series, *Transactions of A. Razmadze Math. Inst.*, 174, 1 (2020), 107–112.

L. E. Persson, G. Tephnadze, G. Tutberidze, On the boundedness of subsequences of Vilenkin-Fejér means on the martingale Hardy spaces, operators and matrices, 14, 1 (2020), 283–294.

G. Tutberidze, A note on the strong convergence of partial sums with respect to Vilenkin system, *J. Contemp. Math. Anal.*, 54, 6, (2019), 319–324.

G. Tutberidze and V. Tsagaraeishvili, Multipliers of Absolute Convergence, *Mat. Zametki*, 105, 3, (2019), 433–443.

მსგავსი მიმართულებით მოპოვებული აქვს 2 სამეცნიერო გრანტი:

2020-2023 შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი-გრანტის ხელმძღვანელი ფუნქციათა სივრცეები და კლასიკური ინტეგრალური ოპერატორები ლოკალურად კომპაქტურ აბელის ჯგუფებზე (FR-19-676).

19.12.2018-31.01.2021 შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი, ხელმძღვანელი, მემოსაზღვრული ოპერატორები ჰარდის მარტინგალურ სივრცეებზე, PHDF-18-476



**4. სადოქტორო კვლევითი თემის (პროექტის) ჩართული უცხოელი მკვლევრები და პარტნიორი ინსტიტუციები\***

ლარს-ერიკ პერსონი,

ის და გიორგი ტეფნაძე არიან ერთი საერთო დოქტორანტის-დავით ბარამიძის ხელმძღვანელები საქართველოს უნივერსიტეტისა და ნორვეგიის არქტიკული უნივერსიტეტის საერთო სადოქტორო პროგრამის ფარგლებში. იგეგმება რომ იგივე პროგრამა შევთავაზოთ ნინო ანაკიძესაც, რომელიც საქართველოს უნივერსიტეტის მათემატიკის სადოქტორო პროგრამის სტუდენტი შემოდგომის სემესტრში გახდება.

ის არის 15-მდე წიგნის ავტორი, ჩვენთან ერთად შესრულებული საერთო სტატიები შეგიძლიათ ნახოთ ზემოთ, სტატიების ჩამონათვალში. ასევე აქვს ერთი წიგნის გიორგი ტეფნაძესთან თანაავტორობით.

საერთო ჯამში მას აქვს 200-ზე მეტი პუბლიკაცია 40-ზე მეტი ქვეყნის მეცნიერებთან თანამშრომლობით. სრული ჩამონათვალი შეგიძლიათ იხილოთ ლინკზე:

<https://scholar.google.com/citations?user=zfRwqOUAAAAJ&hl=en>

**5. სადოქტორო კვლევითი თემის (პროექტის) ხელმძღვანელ(ებ)ის/ თანახელმძღვანელ(ებ)ის მიმდინარე მოქმედი დოქტორანტების რაოდენობა, სადოქტორო კვლევითი თემის (პროექტის) დასახელება და დოქტორანტის სადოქტორო პროგრამაზე ჩარიცხვის თარიღი\*.**

**დავით ბარამიძე-** დოქტორანტი 2020 წლის ოქტომბრიდან. სადოქტორო პროგრამაზე სწავლისას დაბეჭდა 10-მდე პუბლიკაცია და მზად აქვს სადოქტორო თეზისი, უკვე ჰქონდა ორივე კოლოქვიუმი, 2024 წლის 20 თებერვალს დაგეგმილია შიდა დაცვა და 2024 წლის მარტში ვგეგმავთ დისერტაციის დაცვას.

**სადისერტაციო თემა:** „ფეიერის, რისის და ნორლუნდის ლოგარითმული სამუალოები ჰარდის მარტინგალურ სივრცეებზე“.

**ნატო ნადირაშვილი-** დოქტორანტი 2021 წლის ოქტომბრიდან. სადოქტორო პროგრამაზე სწავლისას დაბეჭდა 5 პუბლიკაცია. ამჟამად აქვს აკადემიური მაგრამ სწავლის გაგრძელებას გეგმავს 2024 წლის შემოდგომის სემესტრიდან.

**სადისერტაციო თემა:** „ნორლუნდის და T სამუალოების თითქმის ყველგან კრებადობა ლებეგის სივრცეებში“

**ნინო ანაკიძე-** გეგმავს მათემატიკის სადოქტორო პროგრამის დოქტორანტურაში ჩაბარებას. ამჟამად ის მუშაობს სმაგისტრო ნაშრომზე ჩემი ხელმძღვანელობით.

**სადისერტაციო თემა:** „ნორლუნდის და T სამუალოებით აპროქსიმაცია ლებეგის სივრცეებში“

**6. სადოქტორო კვლევითი თემის (პროექტის) განხორციელებისათვის საჭირო დამატებითი ხარჯების დაფინანსება (ასეთის საჭიროების შემთხვევაში)\*.**

დოქტორანტმა დავით ბარამიძემ მოიპოვა რუსთაველის ფონდის საგრანტო დაფინანსება, შესაბამისად სტანდარტული დაფინანსების გარდა (წლიურად 1500 ლარი) უნივერსიტეტიდან სხვა დაფინანსების მოთხოვნის საჭიროება არაა.

დოქტორანტი ნატო ნადირაშვილი სტანდარტული დაფინანსების გარდა (წლიურად 1500 ლარი) უნივერსიტეტიდან სხვა დაფინანსების მოთხოვნას არ გეგმავს.

დოქტორანტი ნინო ანაკიძე სტანდარტული დაფინანსების გარდა (წლიურად 1500 ლარი) უნივერსიტეტიდან სხვა დაფინანსების მოთხოვნას არ გეგმავს.